同济大学课程考核试卷（B 卷）
2009— 2010 学年第 1 学期

命题教师签名：　　　　　　　　　审核教师签名：

课号：125112　课名：　　工程力学II　　　　考试考查：考试

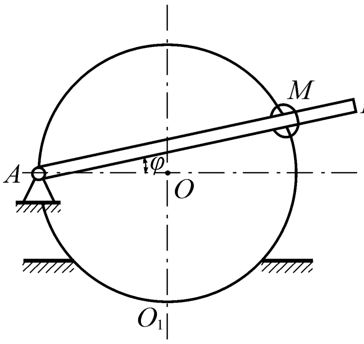
此卷选为：期中考试(　)、期终考试(√)、重考(　)试卷

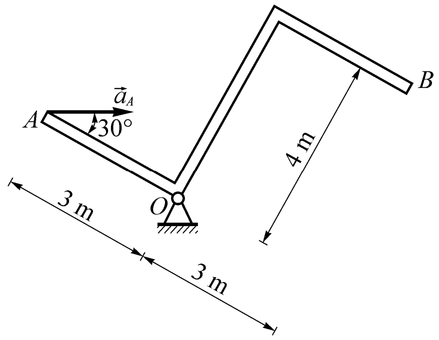
年级_____专业______________________学号_________姓名_____________得分_________

题号	一	二	三	四	五	总分
题分	**30**	**20**	**20**	**15**	**15**	**100**
得分						

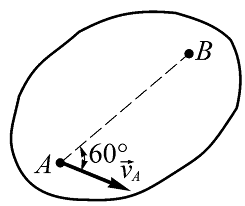
一、概念题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 杆 AB 绕 A 轴以 $\varphi=5t$（φ 以 rad 计，t 以 s 计）的规律转动，其上一小环 M 将杆 AB 和半径为 R（以 m 计）的固定大圆环连在一起，若以 O_1 为原点，逆时针为正向，则用自然法表示的点 M 的位置坐标为 s=____________________________。

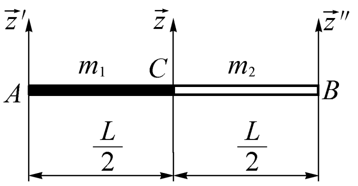




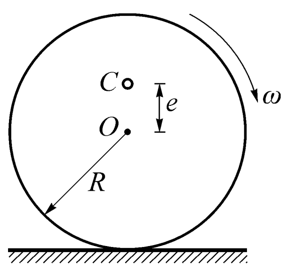
2. 双直角曲杆可绕 O 轴转动，图示瞬时点 A 的加速度 $a_A=0.3\text{m/s}^2$，方向如图。则点 B 加速度的大小为________________，方向与直线_________成______角。



3. 已知作平面运动的平面图形上点 A 的速度 $v_A=10\text{m/s}$，方向如图所示。则点 B 所有可能速度中最小速度的大小为____________________________，方向__________________。

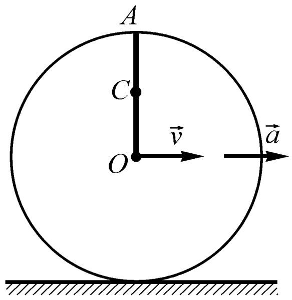


4. 一细棒长 L，由铁质和木质各半构成（均可视为均质），质量分别为 m_1 和 m_2。此棒在对过 A，B，C 三平行轴的转动惯量中，对_____轴的转动惯量最大，其值等于____________________________；对_____轴的转动惯量最小，其值等于__________________________。



5. 偏心轮质量为 m，半径为 R，偏心距为 e，对

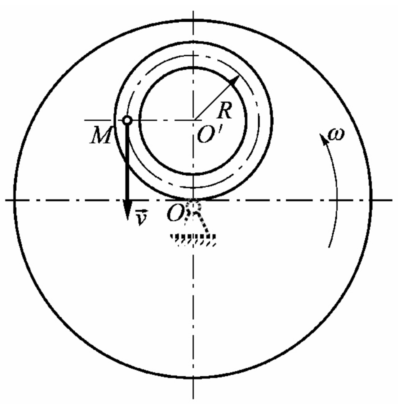
质心 C 的回转半径为ρ，轮子只滚动而不滑动，轮子角速度为ω，则图示轮子的动量为________________；相对质心 C 的动量矩为_______________。



6. 半径为 R 的圆盘沿水平地面作纯滚动。一质量为 m，长为 R 的均质杆 OA 如图固结在圆盘上，当杆处于铅垂位置瞬时，圆盘圆心有速度$\vec{v}$，加速度$\vec{a}$。则图示瞬时，杆 OA 的惯性力系向杆中心 C 简化的结果为____________________________（须将结果画在图上）。

二、计算题（20 分）

在图示平面机构中，圆盘以匀角速度ω绕 O 轴转动，盘面上有过点 O 的半径为 R 的圆弧形槽，小球 M 在槽内相对圆盘以速度$\bar{v}$作匀速率圆周运动。试求当小球通过图示（$O'M \perp O'O$）位置时的绝对速度和绝对加速度。



动点_______，作_________运动；

动系_______，作_________运动；

动点相对动系作__________运动。

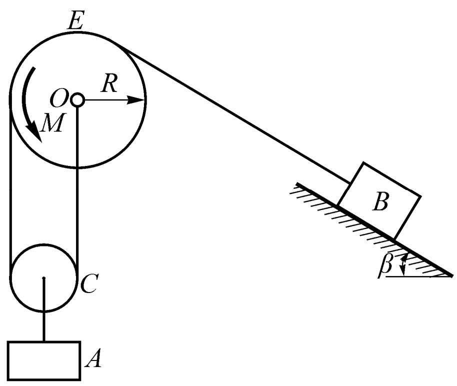
三、计算题（20 分）

在图示机构中，已知：物 A 的质量为 m_1，物 B 的质量为 m_2，半径为 R 的匀质轮 O 的质量为 m_3，匀质轮 C 的质量为 m_4，常力偶矩为 M，重物 B 与斜面间动摩擦因数为 f。绳与滑轮间无相对滑动，斜面倾角为 β，绳的倾斜段与斜面平行。试求：

（1） 重物 A 由静止下降 s 距离时的速度 v_A；

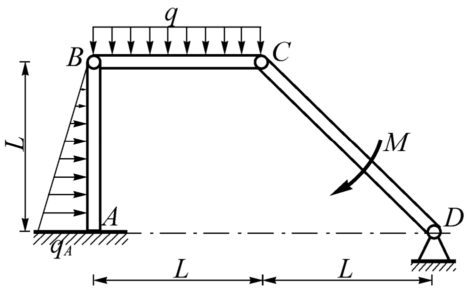
（2） 物块 A 和 B 的加速度 a_A 和 a_B；

（3） 绳子 EB 段的张力 F_1（表示成 a_B 的函数）。



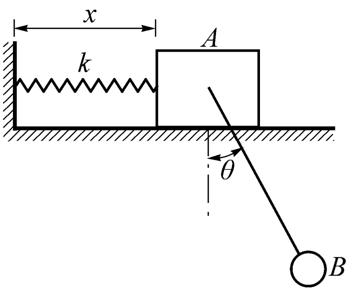
四、计算题（15 分）

结构如图，已知：q，M，q_A=q，L；A 为固定端约束。试用虚位移原理求支座 A 的约束力偶矩 M_A。



五、计算题（15 分）

在图示系统中，已知：物块 A 质量为 m_1，置于光滑水平面上，单摆长为 b，摆锤 B 质量为 m_2，弹簧的刚度系数为 k，自然长度为 d；杆 AB 质量不计。试用第二类拉格朗日方程建立系统的运动微分方程，以 x 和 θ 为广义坐标。



参考答案

一、

1. 答：$s=\dfrac{\pi R}{2}+10Rt$。

2. 答：0.5m/s^2； [4 分]

OB，$30°$。 [5 分]

3. 答：$\dfrac{v_A}{2}$； [4 分]

沿 AB 。 [5 分]

4. 答：z''， $J_B=\dfrac{(7m_1+m_2)L^2}{12}$； [2.5 分]

z， $J_C=\dfrac{(m_1+m_2)L^2}{12}$。 [5 分]

5. 答：$p=m(R+e)\omega$; [2.5 分]

$L_C=m\rho^2\omega$。 [5 分]

6. 答：主矢大小为：$\dfrac{m}{2}\sqrt{9a^2+\dfrac{v^4}{R^2}}$，方向水平向左； [2.5 分]

主矩大小为：$\dfrac{mRa}{12}$，逆时针。（图略） [5 分]

二、解：

以小球 M 为动点，动系固接在圆盘上。

$v_M^{\mathrm{e}}=\sqrt{2}R\omega$， $v_M^{\mathrm{r}}=v$

$\vec{v}_M=\vec{v}_M^{\mathrm{e}}+\vec{v}_M^{\mathrm{r}}$， $v_{Mx}=R\omega$ ，$v_{My}=v$

即 $v_M=\sqrt{(R\omega)^2+(v+R\omega)^2}$ [4 分]

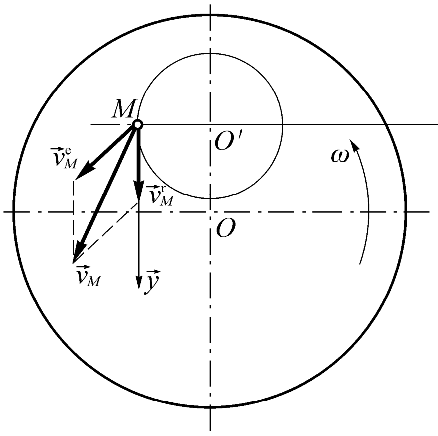
又 $a_{\alpha M}^{\mathrm{e}}=a_{\alpha M}^{\mathrm{r}}=0$ ，$a_{\omega M}^{\mathrm{e}}=\sqrt{2}R\omega^2$ ，$a_{\omega M}^{\mathrm{r}}=\dfrac{v^2}{R}$， $a_M^{\mathrm{c}}=2\omega v_M^{\mathrm{r}}=2\omega v$

由 $\vec{a}_M=\vec{a}_M^{\mathrm{e}}+\vec{a}_M^{\mathrm{r}}+\vec{a}_M^{\mathrm{c}}$

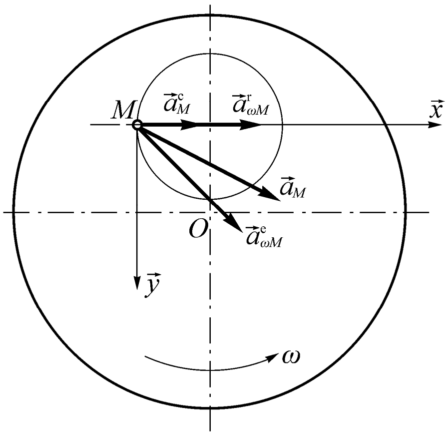
$$x: a_{Mx} = \sqrt{2} a^{e}_{\omega M} \times \frac{1}{2} + a^{r}_{\omega M} + a^{c}_{M} = R\omega^2 + \frac{v^2}{R} + 2\omega v$$

$$y: a_{My} = R\omega^2$$

故 $$a_M = \sqrt{R^2\omega^4 + (R\omega^2 + \frac{v^2}{R} + 2\omega v)^2}$$ [10 分]



(a)



(b)

三、**解**：按质点系动能定理，其中： $T_1 = 0$

$$\frac{1}{2} m_1 v_A{}^2 + (\frac{1}{2} m_4 v_A{}^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_C{}^2) + \frac{1}{2} J_O \omega_O{}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_B{}^2 =$$

$$m_1 g s + m_4 s + \frac{M \cdot 2s}{R} - m_2 g \cdot \sin\beta \cdot 2s - f m_2 g \cdot \cos\beta \cdot 2s$$

得：$$v_A = \sqrt{\frac{4g(m_1 + m_4 + \frac{2M}{gR} - 2m_2 \cdot \sin\beta - 2fm_2 \cdot \cos\beta) \cdot s}{2m_1 + 8m_2 + 4m_3 + 3m_4}}$$

$$a_A = \frac{2g(m_1 + m_4 + \frac{2M}{gR} - 2m_2 \cdot \sin\beta - 2fm_2 \cdot \cos\beta)}{2m_1 + 8m_2 + 4m_3 + 3m_4}$$

$a_B = 2a_A$ [12]

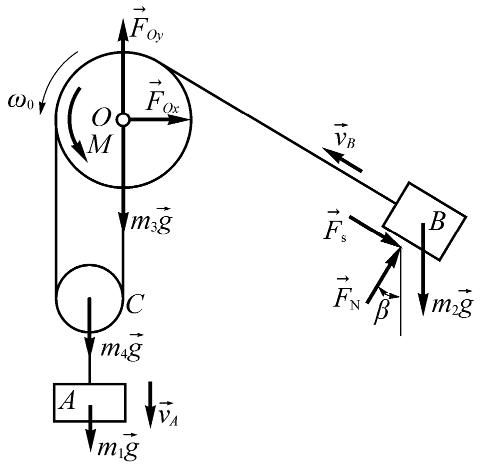
对物 B 按刚体动力学方程：

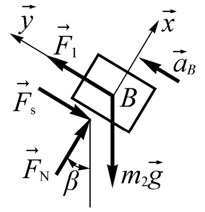
$m_2 a_x = F_N - m_2 g \cdot \cos\beta = 0$

得：$F_N = m_2 g \cdot \cos\beta$

$m_2 a_B = F_1 - m_2 g \cdot \sin\beta - f m_2 g \cdot \cos\beta$

得：$F_1 = m_2 g \cdot \sin\beta + f m_2 g \cdot \cos\beta + m_2 a_B$ [20]





四、解：　（1）$F_{q1}=\dfrac{qL}{2}$，$F_{q2}=qL$

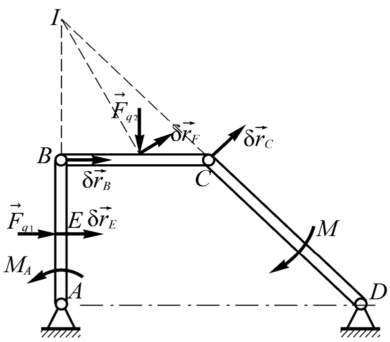
$$\delta\theta_{AB}=\frac{3\delta r_E}{L}=\frac{\delta r_B}{L}=\frac{\delta r_B}{IB}=\frac{\delta r_F}{IF}=\frac{\delta r_C}{IC}$$

，$\dfrac{\delta r_C}{CD}=\delta\theta$

$$IB=L\ \ IF=\frac{\sqrt{5}}{2}L$$

$$IC=CD=\sqrt{2}L$$

由虚位移原理有：



(a)

$$-M_A\,\delta\theta_{AB}+F_{q1}\delta r_E-F_{q2}\delta r_F\sin\varphi+M\,\delta\theta_{CD}=0$$

得：

$$M_A=M-\frac{1}{3}qL^2$$ [15]

五、解：

以 x 和 θ 为广义坐标，系统在一般位置时的动能和势能为

$$T=\frac{1}{2}m_1\dot{x}^2+\frac{1}{2}m_2(\dot{x}^2+b^2\dot{\theta}^2+2\dot{x}\dot{\theta}b\cos\theta)$$

$$V=-m_2gb\cos\theta+\frac{1}{2}k(x-d)^2$$ [6]

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=m_1\dot{x}+m_2\dot{x}+m_2\dot{\theta}b\cos\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=m_1\ddot{x}+m_2\ddot{x}+m_2\ddot{\theta}b\cos\theta-m_2\dot{\theta}^2b\sin\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=0\text{，}\quad\frac{\partial V}{\partial x}=k(x-d)$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{\theta}}=m_2b^2\dot{\theta}+m_2\dot{x}b\cos\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{\theta}}=m_2b^2\ddot{\theta}+m_2\ddot{x}b\cos\theta-m_2\dot{x}b\dot{\theta}\sin\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial\theta}=-m_2\dot{x}b\dot{\theta}\sin\theta\text{，}\quad\frac{\partial V}{\partial\theta}=m_2gb\sin\theta$$ [12]

代入第二类拉格朗日方程可得系统的运动微分方程为：

$$m_1\ddot{x}+m_2\ddot{x}+m_2b\ddot{\theta}\cos\theta-m_2b\dot{\theta}^2\sin\theta+k(x-d)=0$$

$$b\ddot{\theta}+\ddot{x}\cos\theta+g\sin\theta=0$$ [15]