同济大学课程考核试卷（A卷）

2009— 2010 学年第 1 学期

命题教师签名：　　　　　　　　审核教师签名：

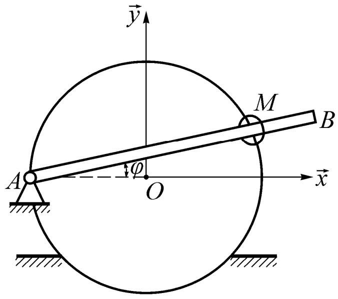
课号：125112　课名：　　工程力学II　　　　考试考查：考试

此卷选为：期中考试(　)、期终考试(√)、重考(　)试卷

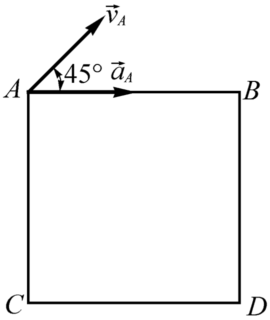
年级_____专业____________________学号_________姓名____________得分_________

题号	一	二	三	四	五	总分
题分	**30**	**20**	**20**	**15**	**15**	**100**
得分						

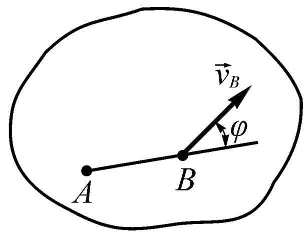
一、概念题（每小题 5 分，共 30 分）



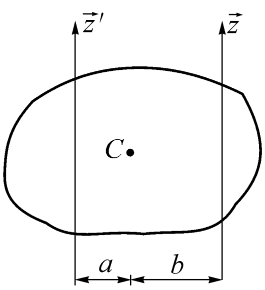
1. 杆 AB 绕轴 A 以 $\varphi=5t$（φ 以 rad 计，t 以 s 计）的规律转动，其上一小环 M 将杆 AB 和半径为 R（以 m 计）的固定大圆环连在一起，若以直角坐标 Oxy 为参考系，则小环 M 的位置坐标为 x=____________________，y =____________________。



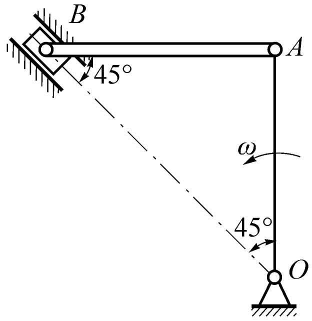
2. 已知正方形板 $ABCD$ 作定轴转动，转轴垂直于板面，点 A 的速度 v_A=0.1m/s，加速度 $a_A=0.1\sqrt{2}$ m/s^2，方向如图。则正方形板转动的角速度的大小为____。



3. 已知平面图形上点 B 的速度 $\vec{v}_B$，若以点 A 为基点，并欲使 $v_B\sin\varphi=v_{BA}$，$\vec{v}_{BA}$ 是点 B 相对于点 A 的速度，则点 A 的速度________________________。

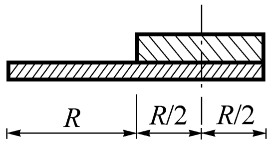


4. 已知刚体质心 C 到相互平行的 z'，z 轴的距离分别为 a，b，刚体的质量为 m，对 z 轴的转动惯量为 J_z，则 $J_{z'}$ 的计算公式为____。

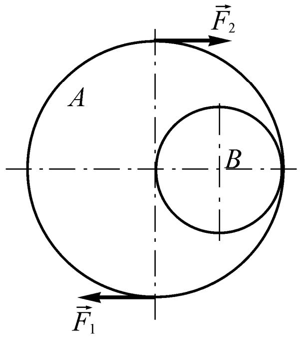


5. 已知 $OA=AB=L$，ω=常数，匀质连杆 AB 的质量为 m，曲柄 OA，滑块 B 的质量不计。则图示瞬时，相

对于杆 AB 的质心 C 的动量矩的大小为____。

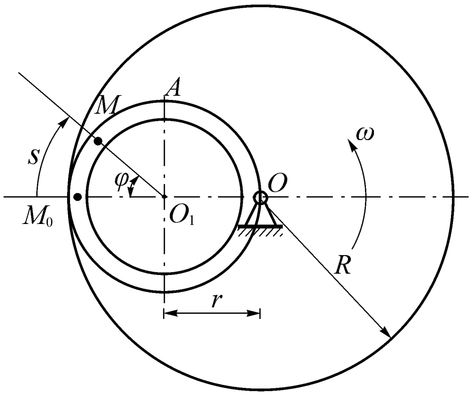


6. 半径为 R，质量为 m_A 的匀质圆盘 A 与半径为 $\frac{R}{2}$，质量为 m_B 的匀质圆盘 B 如图固结在一起，并置于水平光滑平面上，初始静止，受二平行力 $\vec{F}_1$，$\vec{F}_2$ 作用，若 $m_A=m_B=m$，$F_1=F_2=F$，则系统惯性力系简化的结果：主矢量的大小为____，主矩的大小为____（并应在图中画出主矢与主矩）。



二、计算题（20 分）

在图示平面机构中，圆盘以匀角速度 $\omega = 3$ rad/s 绕轴 O 转动，圆盘上有半径为 $r = 18$ cm 的圆形槽，$R = 2r$，动点 M 以 $s = (5t + t^2)\pi$ 的规律（s 以 cm 计，t 以 s 计）在槽内运动。试求当 $t = 1$ s 时动点 M 的绝对速度和绝对加速度。



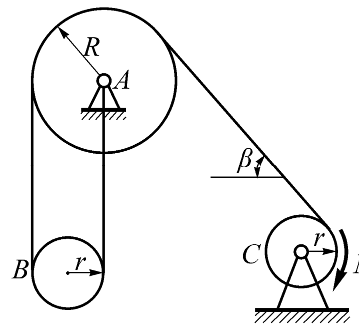
动点________，作__________运动；
动系________，作__________运动；
动点相对动系作___________运动。

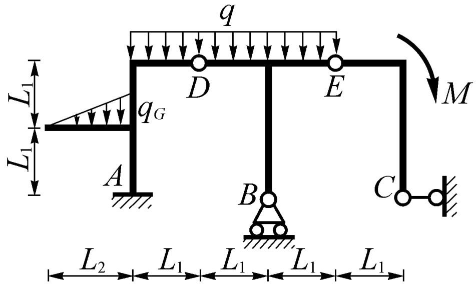
三、计算题（20 分）

在图示起重装置中，已知：匀质轮 A 的质量为 m_1 ，半径为 R；匀质轮 B 的质量为 m_2 ，半径为 r ，轮 C 半径为 r ，质量不计，其上作用力偶矩为 M 的常值力偶，且 $R=2r$。倾角为 β 。设轮与绳子间无相对滑动，试求：

（1） 轮 B 中心的加速度 a_B ；

（2） 支座 A 的约束力。



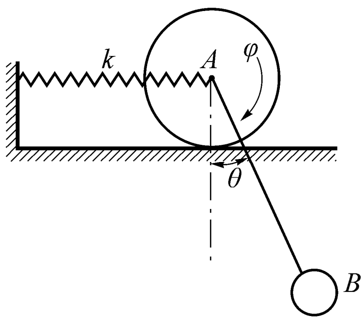


四、计算题（15 分）

在图示结构中，已知：q_G=1.5kN/m，q=1kN/m，M=2kN·m，尺寸 L_1=2m，L_2=3m。试用虚位移原理求：支座 A 的约束力偶 M_A。

五、计算题（15 分）

在图示系统中，已知：匀质圆盘 A 的质量为 m_1，半径为 r，单摆长为 b，摆球 B 质量为 m_2，弹簧的刚度系数为 k，圆盘在水平面上作纯滚动，弹簧与水平面平行，杆 AB 质量不计。试用第二类拉格朗日方程建立系统的运动微分方程，以φ和θ为广义坐标。



参考答案

一、

1. 答：$x=R\cos(10t)$，$y=R\sin(10t)$。

2. 答：1rad/s。

3. 答：沿 AB 方向，且由 A 指向 B；

4. 答：$J_{z'}=J_z+m(a^2-b^2)$；

5. 答：$L_C=\dfrac{mL^2\omega}{12}$，（顺时针方向）。

6. 答：0； [2 分]

2FR，逆时针。 [5 分]

二、 **解：**

取 M 为动点，动系与圆盘相固接。

$t=1\,\text{s}$ 时，有 $s=6\,\pi\,\text{cm},\ \varphi=\dfrac{\pi}{3}$ [1 分]

$v_M^{\mathrm{r}}=\dot{s}=7\,\pi\,\text{cm/s},\ v_M^{\mathrm{e}}=OM\omega=54\sqrt{3}\,\text{cm/s}$

又 $\vec{v}_M=\vec{v}_M^{\mathrm{e}}+\vec{v}_M^{\mathrm{r}}$

x：$v_{Mx}=v_M^{\mathrm{e}}\sin 30^\circ-v_M^{\mathrm{r}}\cos 30^\circ$

y：$v_{My}=v_M^{\mathrm{e}}\cos 30^\circ-v_M^{\mathrm{r}}\sin 30^\circ$

得 $v_M=75.29\,\text{cm/s}$ ， $\theta=68.39^\circ$ [4 分]

又 $a_{\omega M}^{\mathrm{e}}=OM\omega^2=162\sqrt{3}\,\text{cm/s}^2$

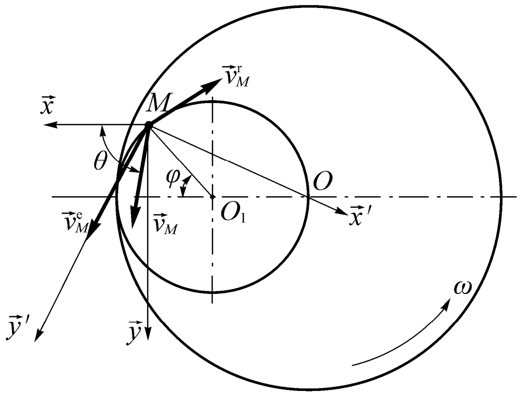
$a_M^{\mathrm{c}}=2\omega\,v_M^{\mathrm{r}}=42\,\pi\,\text{cm/s}^2$ ， $a_{\alpha M}^{\mathrm{r}}=\ddot{s}=2\,\pi\,\text{cm/s}^2$

$a_{\omega M}^{\mathrm{r}}=\dfrac{v_r^2}{r}=\dfrac{49\pi^2}{18}\,\text{cm/s}^2$ [7 分]

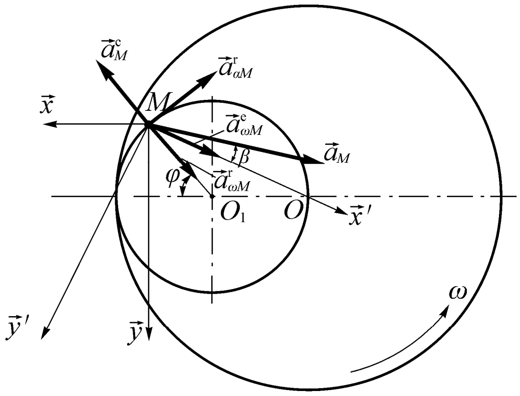
x'： $a_{Mx'}=a_{\omega M}^{\mathrm{e}}+a_{\alpha M}^{\mathrm{r}}\cos 60^\circ+a_{\omega M}^{\mathrm{r}}\sin 60^\circ-a_M^{\mathrm{c}}\cos 30^\circ$

y'： $a_{My'}=-a_{\alpha M}^{\mathrm{r}}\sin 60^\circ+a_{\omega M}^{\mathrm{r}}\cos 60^\circ-a_M^{\mathrm{c}}\sin 30^\circ$

得 $a_M = 201.27\ \mathrm{cm/s^2}$, $\beta = 16.74^\circ$ [10 分]



(a)



(b)

三、**解**：对系统按质点系动能定理：$\mathrm{d}T=\Sigma\,\delta W_i$

$$T=\frac{1}{2}m_2 v_B^{\ 2}+\ \frac{1}{2}J_B\omega_B^{\ 2}+\ \frac{1}{2}J_A\omega_A^{\ 2}=v_B^{\ 2}\left(m_1+\frac{3m_2}{4}\right)$$

$$\Sigma\,\delta W_i\ =\frac{M\cdot 2\mathrm{d}s}{r}-m_2 g\,\mathrm{d}s$$

由 $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\mathrm{d}\,\delta W_i$ 可得：$a_{\mathrm{B}}=\dfrac{2(\frac{2M}{r}-m_2 g)}{4m_1+3m_2}$ [8]

对轮 C 按定轴转动动力学方程：

$J_C\,\alpha_C=M-F_1 r$

因为 $J_C=0$，所以 $\alpha_C=0$ ，得： $F_1=\dfrac{M}{r}$ [12]

对轮 A 和轮 B 按动量定理：

由 $\dfrac{\mathrm{d}P_x}{\mathrm{d}t}=\Sigma F_x$

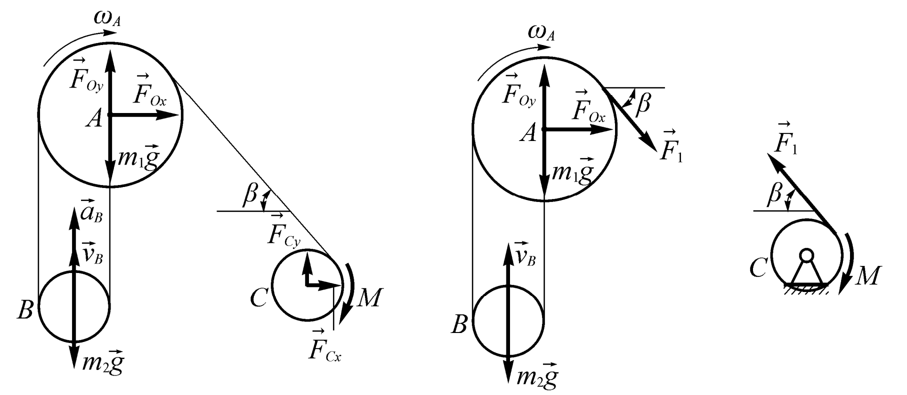
$0=F_{Ax}+F_1\cdot\cos\beta$

得：$F_{Ax}=-\dfrac{M\cdot\cos\beta}{r}$ (←) [16]

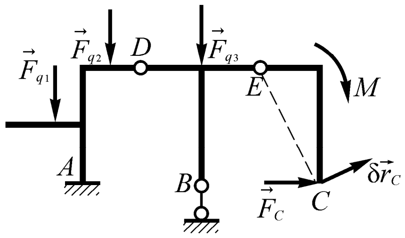
由 $\dfrac{\mathrm{d}P_y}{\mathrm{d}t}\ =\Sigma F_y$

$(m_2 v_{\mathrm{B}})=F_{Ay}-m_1 g-m_2\mathrm{g}-F_1\sin\beta$

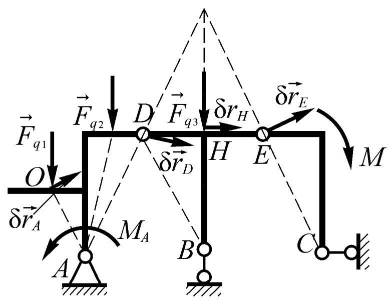
得：$F_{Ay}=m_1 g+m_2 g+\dfrac{M\cdot\sin\beta}{r}+\dfrac{2m_2(\frac{2M}{r}-m_2 g)}{4m_1+3m_2}$ [20]



四、**解**：　　$F_{q1}=\dfrac{1}{2}q_G L_2=2.25\,\mathrm{kN}$，$F_{q2}=qL_1=2\,\mathrm{kN}$，$F_{q3}=q2L_1=4\,\mathrm{kN}$



(b)



(c)

见图（c）　　$$\delta\theta_A=\frac{\delta\, r_O}{AF}=\frac{\delta\, r_G}{AG}=\frac{\delta\, r_D}{\sqrt{5}L_1}=\frac{\delta\, r_D}{ID}=\frac{\delta\, r_H}{2L_1}=\frac{\delta\, r_E}{\sqrt{5}L_1}=\frac{\delta\, r_E}{EC}=\delta\theta_C$$

$$\sin(\angle OAI)=\frac{L_2 AF}{3},\quad \sin(\angle IAG)=\frac{L_1 AG}{2}$$

由虚位移原理有：

$$-M_A\,\delta\theta_A-F_{q1}\delta\, r_O\sin(\angle FAI)+F_{q2}\delta\, r_G\sin(\angle IAG)+M\,\delta\theta_C=0$$

得：

$$M_A=-\frac{1}{3}F_{q1}L_2+\frac{1}{2}F_{q2}L_1+M=1.75\,\mathrm{kN\cdot m}$$ ［15］

五、**解**：

以φ和θ为广义坐标，系统在一般位置时的动能和势能

$$T=\frac{1}{2}(\frac{3}{2}m_1r^2)\dot\varphi^2+\frac{1}{2}m_2(r^2\dot\varphi^2+b^2\dot\theta^2+2rb\dot\varphi\dot\theta\cos\theta)$$

$$V=-m_2gb\cos\theta+\frac{1}{2}kr^2\dot\varphi^2$$ [6]

$$\frac{\partial T}{\partial\dot\varphi}=\frac{3}{2}m_1r^2\dot\varphi+m_2r^2\dot\varphi+m_2rb\dot\theta\cos\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot\varphi}=\frac{3}{2}m_1r^2\ddot\varphi+m_2r^2\ddot\varphi+m_2rb\ddot\theta\cos\theta-m_2rb\dot\theta^2\sin\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi}=0\text{，}\quad \frac{\partial V}{\partial \varphi}=kr^2\varphi$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot\theta}=m_2b^2\dot\theta+m_2rb\dot\varphi\cos\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot\theta}=m_2b^2\ddot\theta+m_2rb\ddot\varphi\cos\theta-m_2rb\dot\theta\dot\varphi\sin\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta}=-m_2r\dot\varphi b\dot\theta\sin\theta\text{，}\quad \frac{\partial V}{\partial \theta}=m_2gb\sin\theta \qquad [12]$$

代入第二类拉格朗日方程得系统的微分方程为：

$$\frac{3}{2}m_1r^2\ddot\varphi+m_2r^2\ddot\varphi+m_2rb\ddot\theta\cos\theta-m_2rb\dot\theta^2\sin\theta+kr^2\varphi=0$$

$$b^2\ddot\theta+r\ddot\varphi b\cos\theta+gb\sin\theta=0 \qquad [15]$$