同济大学课程考核试卷（B 卷）

答案：

一、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

1．答：$\sqrt{a^2+b^2}\omega$ ； **[2 分]**

$\sqrt{(a^2+b^2)(\alpha^2+\omega^4)}$ 。 **[5 分]**

（图略）。

2．答：$(\frac{9m_1}{2}+\frac{16m_2}{3})r^2\omega$，逆时针； **[2.5 分]**

$\frac{1}{2}(\frac{9m_1}{2}+\frac{16m_2}{3})r^2\omega^2$ 。 **[5 分]**

3．答：$\frac{1}{2}mR\sqrt{\alpha^2+\omega^4}$ 。 **[3 分]**

$\frac{3}{4}mR^2$

4．答：$-P\sin\theta$。。 **[5 分]**

二、计算题（15 分）

解：

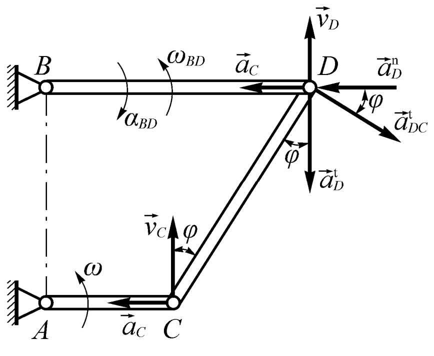
DC 杆作瞬时平动，$\omega_{DC}=0$

$\therefore v_D=v_C=AC\omega=40\,\text{cm/s}$ **[5 分]**

$\omega_{BD}=\frac{v_D}{BD}=1\,\text{rad/s}$（逆钟向） **[8 分]**

$\because\quad \omega=$常量 $\quad\therefore a_C=a_C^{\text{n}}=AC\omega^2=80\,\text{cm/s}^2$

选 C 点为基点，则有



$\vec{a}_D^{\text{n}}+\vec{a}_D^{\text{t}}=\vec{a}_C+\vec{a}_{DC}^{\text{t}}+\vec{a}_{DC}^{n}$

$\vec{a}_{DC}^{n}=0$

将上式向 DC 方向投影，有

$a_D^{\text{n}}\cos60°+a_D^{\text{t}}\cos30°=a_C\cos60°$

$a_D^{\text{t}}=\dfrac{\frac{1}{2}a_C-\frac{1}{2}a_D^{\text{n}}}{\cos30°}=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}\text{cm/s}^2$

[12 分]

故 $\alpha_{BD}=\dfrac{a_D^{\text{t}}}{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\text{rad/s}^2$ （顺钟向） **[15 分]**

三、计算题（15 分）

解：动点：铰链 A，动系：OB 杆

$$v_A^{\mathrm{e}} = OA\omega = 45\sqrt{2}\ \mathrm{cm/s}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_A^{\mathrm{e}} + \vec{v}_A^{\mathrm{r}},\quad v_A = \frac{v_A^{\mathrm{e}}}{\cos 45^\circ},\ v_A^{\mathrm{r}} = v_A^{\mathrm{e}}\tan 45^\circ$$

故 $\omega_1 = \dfrac{v_A}{O_1A} = 4\ \mathrm{rad/s}$ (逆钟向) **[6 分]**

$$a_{\omega A} = O_1A\omega_1^2 = 360\ \mathrm{cm/s^2},\quad a_A^{\mathrm{c}} = 2\omega v_M^{\mathrm{r}} = 180\sqrt{2}\ \mathrm{cm/s^2}$$

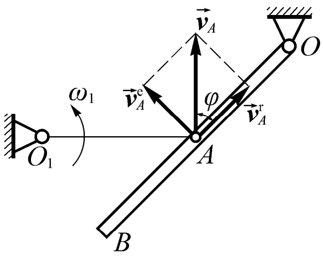
$a_{\omega A}^{\mathrm{e}} = OA\omega^2 = 90\sqrt{2}\ \mathrm{cm/s^2}$, $a_{\alpha A}^{\mathrm{e}} = 0$ **[10 分]**

则由 $\vec{a}_{\alpha A} + \vec{a}_{\omega A} = \vec{a}_{\alpha A}^{\mathrm{e}} + \vec{a}_{\omega A}^{\mathrm{e}} + \vec{a}_A^{\mathrm{r}} + \vec{a}_A^{\mathrm{c}}$

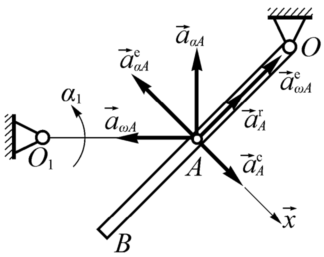
x：$-a_{\alpha A}\cos 45^\circ - a_{\omega A}\cos 45^\circ = a_A^{\mathrm{c}}$

得 $a_{\alpha A} = -720\ \mathrm{cm/s^2}$

故 $\alpha_1 = \dfrac{a_{\alpha A}}{L} = -32\ \mathrm{rad/s^2}$ (顺钟向) **[15 分]**



(a)



(b)

四、计算题（20 分）

解：对整体： $\mathrm{d}\,T = \Sigma\,\delta\,W_i$

$$\mathrm{d}\left[\frac{1}{2}m v^2 + \frac{3m_4v^2}{4} + \frac{m_3r^2(\frac{2v}{r})^2}{4} + \frac{m_2(2v)^2}{2}\right] =$$

$$m_1 g\,\mathrm{d}s + m_4 g\,\mathrm{d}s - m_2 g\,2\,\mathrm{d}s$$

对上式求导得：

$$a = \frac{2g(m_1 - 2m_2 + m_4)}{2m_1 + 8m_2 + 4m_3 + 3m_4}$$ **[8]**

研究轮 O和 B：

$$\left(\frac{m_3 r^2 \cdot 2v}{2r} + m_2 2vr\right) = F_2 r - m_2 g r$$

得：$F_2 = m_2 g + (2m_2 + m_3)a$ **[13]**

对轮 C：

$$\left(\frac{m_4 R^2 v}{2R}\right) = F_1 R - F_2' R$$ **[16]**

式中：$v = \omega R$ ，$a = \alpha R$ ，$F_2 = F_2'$ **[18]**

代入得：$F_1 = m_2 g + \left(2m_2 + m_3 + \frac{m_4}{2}\right)a$

$$= m_2 g + \frac{(m_1 - 2m_2 + m_4)(4m_2 + 2m_3 + m_4)g}{2m_1 + 8m_2 + 4m_3 + 3m_4}$$ **[20]**

五、**计算题（15 分）**

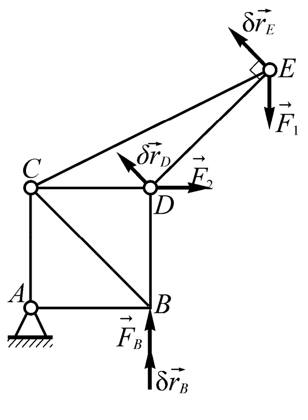
解：

解：

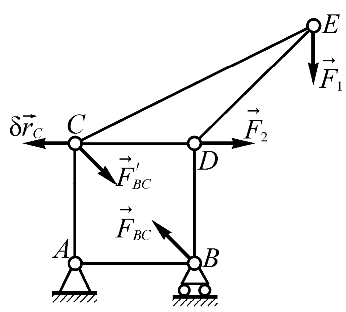
（1）见图（1）虚位移有 $\frac{\delta r_B}{L} = \frac{\delta r_D}{\sqrt{2}L} = \frac{\delta r_E}{2\sqrt{2}L}$

由虚位移原理有：$F_B \delta r_B - \frac{1}{\sqrt{2}} F_2 \delta r_D - \frac{1}{\sqrt{2}} F_1 \delta r_E = 0$

得：$F_B = F_2 + 2F_1 = 500\,\text{kN}$ ［7］



(1)



(2)

（2） 见图（2）拆除 CB，代以力 $F_{BC}=F'_{BC}$

由虚位移原理有：$-\frac{1}{\sqrt{2}}F'_{BC}\delta r_C - F_2\delta r_C = 0$

由δr_C的任意性得： $F'_{BC}=-\sqrt{2}F_2=-424\,\mathrm{kN}$ [15]

六、**计算题（15 分）**

解：

以 x 和φ为广义坐标，系统在一般位置时的动能和势能为

$$T=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}m_1r^2)\cdot(\frac{\dot{x}}{r})^2+\frac{1}{2}m_2[\dot{x}^2+(b-x)^2\dot{\varphi}^2]$$

$$V=-m_2g(b-x)\cos\varphi$$ **[6]**

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=(\frac{3}{2}m_1+m_2)\dot{x}，\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=(\frac{3}{2}m_1+m_2)\ddot{x}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=-m_2(b-x)\dot{\varphi}^2，\quad \frac{\partial V}{\partial x}=m_2g\cos\varphi$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}=m_2(b-x)^2\dot{\varphi}，\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}=m_2(b-x)^2\ddot{\varphi}-2m_2(b-x)\dot{x}\dot{\varphi}$$

$$\frac{\partial T}{\partial\varphi}=0，\quad \frac{\partial V}{\partial\varphi}=m_2g(b-x)\sin\varphi$$ **[12]**

代入第二类拉格朗日方程可得系统的运动微分方程为：

$$(\frac{3}{2}m_1+m_2)\ddot{x}+m_2(b-x)\dot{\varphi}^2+m_2g\cos\varphi=0$$

$$(b-x)\ddot{\varphi}-2\dot{x}\dot{\varphi}+g\sin\varphi=0$$ **[15]**