同济大学课程考核试卷（B 卷）_答案
2006— 2007 学年第一学期

命题教师签名：　　　　　　　　　　审核教师签名：

课号：　　　　　　　课名：工程力学　　　　　　　考试考查：

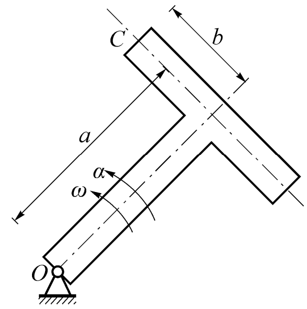
此卷选为：期中考试(　)、期终考试(　)、重考(　)试卷

年级_____专业_____________________学号__________姓名_____________得分__________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
题分	30	10	15	15	15	15	100
得分							

一、　填空题（每题 5 分，共 30 分）

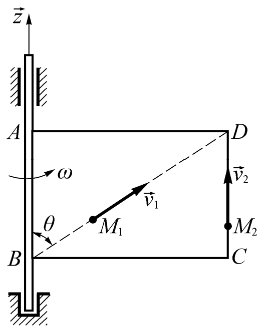
1 已知直角 T 字杆某瞬时以角速度ω,角加速度α在图平面内绕 O 转动，则 C 点的速度为_______________________________；加速度为_________________________（方向均应在图上表示）。



答：$\sqrt{a^2+b^2}\omega$ ；　　　　　　　　　　　　［2 分］

$\sqrt{(a^2+b^2)(\alpha^2+\omega^4)}$ 。　　　　　　　　［5 分］（图略）。

2 长方形板 $ABCD$ 以匀角速度ω绕 z 轴转动，点 M_1 沿对角线 BD 以匀速$\vec{v}_1$相对于板运动，点 M_2 沿 CD 边以匀速$\vec{v}_2$相对于板运动，如果取动系与板固连，则点 M_1 和 M_2 的科氏加速度 a_{C1} 和 a_{C2} 的大小分别为___________________________。



（1）$a_{C1}=2\omega v_1\sin\theta$，和 $a_{C2}=2\omega v_2$；

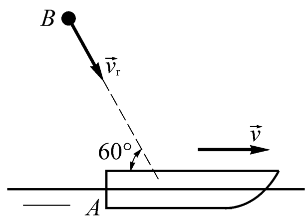
（2）　$a_{C1}=2\omega v_1\sin\theta$，和 $a_{C2}=0$；

（3）　$a_{C1}=2\omega v_1$ 和 $a_{C2}=0$；

（4）　$a_{C1}=0$ 和 $a_{C2}=2\omega v_2$。

答：（2）。

3 船 A 重 P_A，以速度$\vec{v}$航行。重 P_B的物体 B 以相对于船的速度$\vec{v}_r$空投到船上，设$\vec{v}_r$与水平面成$60°$角，且与$\vec{v}$在同一铅直平面内。若不计水的阻力，则二者共同的水平速度为______________________。

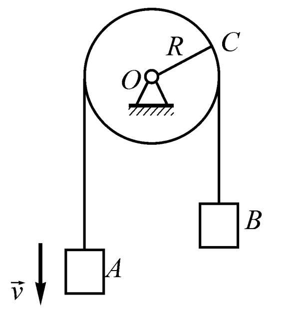


（1）$\dfrac{P_A v+0.5P_B v_r}{P_A+P_B}$；　　　　　　　　（2）$\dfrac{P_A v+P_B v_r}{P_A+P_B}$；

（3）$\dfrac{(P_A+P_B)v+P_B v_{\rm r}}{P_A+P_B}$；　　　　（4）$\dfrac{(P_A+P_B)v+0.5P_B v_{\rm r}}{P_A+P_B}$。

答：（4）。

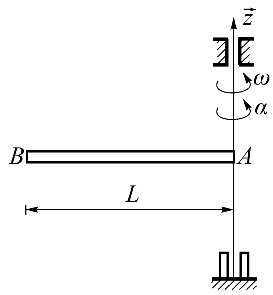
4 已知物 A、B 分别重 P_A，P_B，轮 C 半径为 R，重 P_C，某瞬时物 A 有向下的速度 $\vec{v}$，则该瞬时系统动量的大小为____________________，系统对 O 轴动量矩的大小为____________________________________。方向或转向应在图中标出。



答：$p=\dfrac{(P_A-P_B)v}{g}$，向下　；　　　　［2.5 分］

$$L_O=\frac{P_C Rv}{2g}+\frac{(P_A+P_B)Rv}{g}$$，逆时针。　　　　［5 分］

5 均质杆 AB 长为 L，质量为 m，绕 z 轴转动的角速度和角加速度分别为 ω，α，如图所示，此杆上各点的惯性力向 A 点简化的结果：主矢的大小是________________；主矩的大小是__________________。



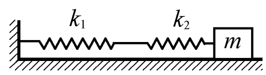
答：$\dfrac{mL\sqrt{\omega^4+\alpha^2}}{2}$；　　　　［2.5 分］

$\dfrac{mL^2\alpha}{3}$。　　　　［5 分］

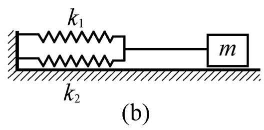
6 设图示（a）、（b）、（c）三个质量弹簧系统的固有频率分别为 ω_1，ω_2，ω_3，则它们之间的关系是__________________。

（1）$\omega_1<\omega_2=\omega_3$；　　　　（2）$\omega_2<\omega_3=\omega_1$；

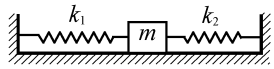
（3）$\omega_3<\omega_1=\omega_2$；　　　　（4）$\omega_1=\omega_2=\omega_3$。



(a)



(b)

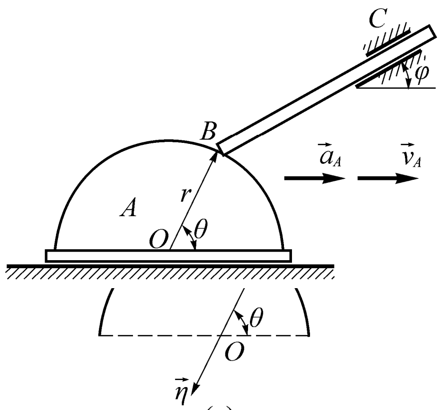


(c)

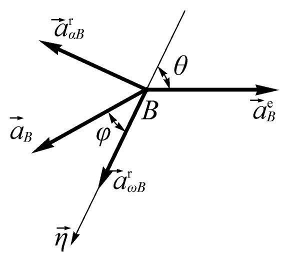
答：（1）。

二、计算题（10 分）

图示系统中，半径 $r = 400$ mm 的半圆形凸轮 A，水平向右作匀加速运动，$a_A = 100\ \text{mm/s}^2$，推动杆 BC 沿 $\varphi = 30°$ 的导槽运动。在图示位置时，$\theta = 60°$，$v_A = 200$ mm/s。试求该瞬时杆 BC 的加速度。



(a)



(b)

解：

动点：BC 杆端的 B 点，　动系：凸轮

$$\vec{v}_B = \vec{v}_B^{\mathrm{e}} + \vec{v}_B^{\mathrm{r}} = \vec{v}_A + \vec{v}_B^{\mathrm{r}}$$

在 ζ 方向投影：

$$v_B^{\mathrm{r}} \cos 30° - v_A \cos 60° = 0$$

$$v_B^{\mathrm{r}} = 11.55\ \text{cm/s}$$　［5 分］

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^{\mathrm{e}} + \vec{a}_{\omega B}^{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\alpha B}^{\mathrm{r}} = \vec{a}_A + \vec{a}_{\omega B}^{\mathrm{r}} + \vec{a}_{\alpha B}^{\mathrm{r}}$$

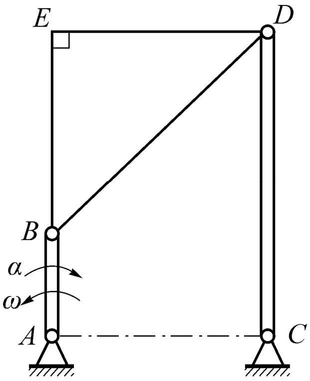
$$a_{\omega B}^{\mathrm{r}} = \frac{(v_B^{\mathrm{r}})^2}{r}$$

向 η 方向投影：

$$a_B \cos 30° = a_{\omega B}^{\mathrm{r}} - a_A \cos 60° = -1.92\ \text{cm/s}^2$$（与图示相反）　　［10］

三、计算题（15 分）

在平面机构中，已知：AB=0.2m，CD=0.6m，AC=0.4m；在图示瞬时，杆 AB 和 CD 处于铅垂位置，A，B，E 在同一铅垂线上，ω=6rad/s，α=4rad/s^2，转向如图。试求此瞬时：



（1） 杆 CD 的角速度；

（2） 直角三角板 BED 的角加速度；

（3） 直角三角板顶点 E 的加速度。

解：

三角板 BDE 作瞬时平动，故

$\omega = 0$，$v_D = v_B = AB\omega = 1.2\,\text{m/s}$

［2 分］

$\omega_C = \dfrac{v_D}{DC} = 2\,\text{rad/s}$ （逆钟向） ［3 分］

取点 B 为基点 $\vec{a}_D^{\text{t}} + \vec{a}_D^{\text{n}} = \vec{a}_B^{\text{n}} + \vec{a}_B^{\text{t}} + \vec{a}_{DB}^{\text{t}} + \vec{a}_{DB}^{\text{n}}$， $\vec{a}_{DB}^{\text{n}} = 0$

y: $a_D^{\text{n}} = a_B^{\text{n}} - a_{DB}^{\text{t}}\cos 45°$， $a_{DB}^{\text{t}} = 4.8\sqrt{2}\,\text{m/s}^2$

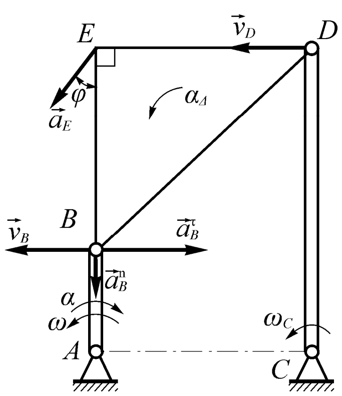
故 $\alpha = \dfrac{a_{DB}^{\text{t}}}{DB} = 12\,\text{rad/s}^2$ （逆钟向） ［9 分］

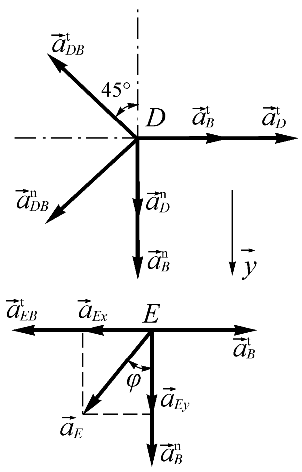
取点 B 为基点 $\vec{a}_E = \vec{a}_B^{\text{n}} + \vec{a}_B^{\text{t}} + \vec{a}_{EB}^{\text{t}} + \vec{a}_{EB}^{\text{n}}$， $\vec{a}_{EB}^{\text{n}} = 0$

投影得：$a_{Ex} = -a_B^{\text{t}} + a_{EB}^{\text{t}} = 4\,\text{m/s}^2$， $a_{Ey} = a_B^{\text{n}} = 7.2\,\text{m/s}^2$

$a_E^2 = a_{Ex}^2 + a_{Ey}^2$，$a_E = 8.24\,\text{m/s}^2$

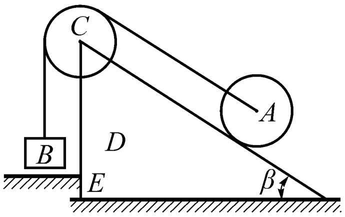
$\tan\varphi = \dfrac{a_{Ex}}{a_{Ey}} = 0.556$，$\varphi = 29.1°$ ［15 分］





四、计算题（15 分）

在图示机构中，已知：匀质轮 A 作纯滚动，质量为 m_1，斜面 D 的倾角为 β，置于光滑的地面上，轮 C 与轮 A 半径相同，设轮 C 质量不计；物 B 的质量为 m_2，且 $m_1 g\sin\beta > m_2 g$。试求三角斜面 D 给地面凸出部分的水平压力。



解：研究系统：$\mathrm{d}T=\sum\delta W_i$

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}m_2 v_B^2+\frac{1}{2}J_A\omega^2+\frac{1}{2}m_1 v_A^2\right)=$$

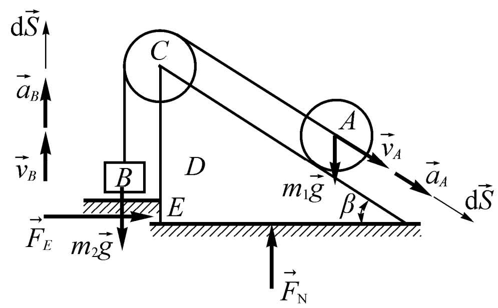
$$m_1 g\,\mathrm{d}s\cdot\sin\beta - m_2 g\,\mathrm{d}s \qquad [8]$$

两边除以 $\mathrm{d}t$ 得：$a=\dfrac{2g(m_1\cdot\sin\beta-m_2)}{3m_1+2m_2}$

应用动量定理：$(m_1 v_A\cdot\cos\beta)=F_E$

得：$F_E=m_1 a\cdot\cos\beta$

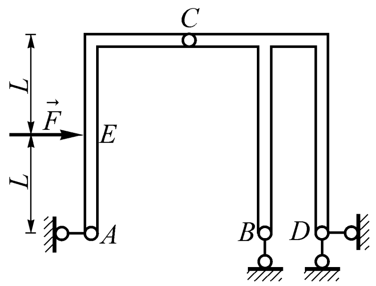
$$=\frac{2m_1 g(m_1\cdot\sin\beta-m_2)\cos\beta}{3m_1+2m_2} \qquad [15]$$



五、计算题（15 分）

在图示静定刚架中，已知：作用力 F=4kN，L=5m。不计自重，

试用虚位移原理求支座 D 的水平约束力。



解：

解除 D 点水平约束，代之以反力 $\vec{F}_{Dx}$，则构件 CBD 作平移，CA 作平面运动，瞬心为 I，各点虚位移如图示：

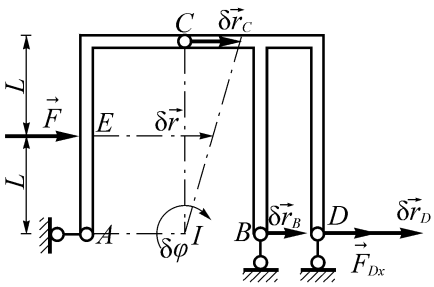
$$\delta\,\vec{r}_D=\delta\,\vec{r}_B=\delta\,\vec{r}_C\,,\quad \delta\,\varphi=\frac{\delta\,r_C}{2L}=\frac{\delta\,r_D}{2L}$$

由虚位移原理有：

$$FL\delta\,\varphi+F_{Dx}\delta\,r_D=0$$

得：

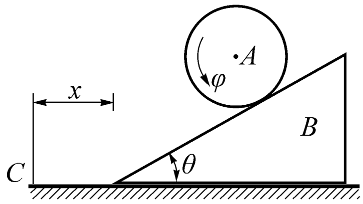
$$F_{Dx}=-\frac{F}{2}=-2\,\mathrm{kN}$$



[15]

六、计算题（15 分）

在图示系统中，已知：匀质圆球 A 的半径为 r，质量为 m_1，楔块 B 的质量为 m_2，置于光滑水平面上，斜面的倾角为 θ，圆球沿楔块斜面作纯滚动。试求 ：



（1） 以 φ 和 x 为广义坐标，用第二类拉格朗日方程建立系统的运动微分方程；

（2） 圆球 A 的角加速度和板 B 的加速度。

解：

以　　和 x 为广义坐标，系统在一般位置时的动能和势能为

$$T=\frac{1}{2}m_2\dot{x}^2+\frac{1}{2}m_1(\dot{x}^2+\dot{\varphi}^2r^2-2\dot{x}\dot{\varphi}r\cos\theta)+\frac{1}{2}(\frac{2m_1r^2}{5})\dot{\varphi}^2$$

$$V=-m_1g\varphi r\sin\theta$$ ［6］

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=m_2\dot{x}+m_1\dot{x}-m_1\dot{\varphi}r\cos\theta\,,\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=m_2\ddot{x}+m_1\ddot{x}-m_1\ddot{\varphi}r\cos\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=0\,,\quad \frac{\partial V}{\partial x}=0$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}=m_1r^2\dot{\varphi}-m_1\dot{x}r\cos\theta+\frac{2m_1r^2\dot{\varphi}}{5}\,,\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}=\frac{7m_1r^2\ddot{\varphi}}{5}-m_1\ddot{x}r\cos\theta$$

$$\frac{\partial T}{\partial\varphi}=0\,,\quad \frac{\partial V}{\partial\varphi}=-m_1gr\sin\theta$$ ［10］

代入第二类拉格朗日方程可得系统的运动微分方程为

$$(m_1+m_2)\ddot{x}-m_1r\cos\theta\ddot{\varphi}=0$$

$$-\ddot{x}\cos\theta+\frac{7}{5}r\ddot{\varphi}-g\sin\theta=0$$

由上解得：

板 B 的加速度　　$\ddot{x}=\dfrac{5m_1g\sin\theta\cos\theta}{7(m_1+m_2)-5m_1\cos^2\theta}$

圆球 A 的角加速度　$\ddot{\varphi}=\dfrac{5(m_1+m_2)g\sin\theta}{[7(m_1+m_2)-5m_1\cos^2\theta]r}$ ［15］
