

基础实验项目教学过程规范性基本要求

学院（系）： 航空航天与力学学院

实验课程： 现代工程测试技术开放实验

试验项目： 高耸塔桅结构模型摆振减振实验

执笔人： 朱金龙 审核人： 韦林 实验主任签字： _____

一、实验教学目的

应用理论力学单摆、复摆的力学模型，设计一套减振装置，应用于高耸塔桅结构上，使结构在共振时产生的振动振幅大大减小，从而达到减振目的。

当环境激励的频率（如地震或风振）与结构的固有频率一致时，结构产生共振，共振时结构的变形被大大放大，甚至会摧毁结构，因而共振给结构安全带来危害。

高耸塔桅结构的减振、消灾始终是工程师们追求的目标。对于工程建设中出现的问题，亦是目前大学生热烈讨论的专业课题，能够运用基本理论、方法，通过计算、测试分析，找到解决问题的思路和方法，这是本课题的目的，也是学生学习的动力，学生通过实例模型、计算、测试分析，再设计、再计算等一系列工作，才能给予进一步的提高与解答。

本项目采用摆振原理进行减振，所用的减振方法具有结构简易、造价经济等特点，实验成果对工程实际具有实际指导意义。

本项目完成后，可作为研究高耸结构减振方法的一个开放性、创新性实验项目，为学生提供探究性实验提供实验平台。

本项目融合力学的基础理论，结合力学测试的特点，使实验项目具有科学性、知识性、设计性、综合性、开拓性，并具有指导工程实际的意义。

二、基本教学内容

（设计哪些知识点，需要做哪些方面的测量，测量什么，测量规范和要求；仪器设备的规范性调试训练程序，实验操作步骤，注意事项...）

1、单摆的摆动

设一单摆的摆长为 L ，瞬时转角为 ϕ ，最大转角为 α ，摆锤 M 重 mg ，如图 1 所示。根据理论力学知识，其运动微分方程为：

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{g}{L}\phi = 0 \quad (1)$$

$$\phi = \alpha \cos \sqrt{\frac{g}{L}}t \quad (2)$$

$$\text{单摆的摆动周期: } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3)$$

$$\text{单摆的摆动频率: } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (4)$$

由式 (4) 可知，摆动频率与摆长有关，而与摆锤的重量无关。当摆动频率确定时，

$$\text{摆长 } L = \frac{g}{4\pi^2 f^2} \quad (5)$$

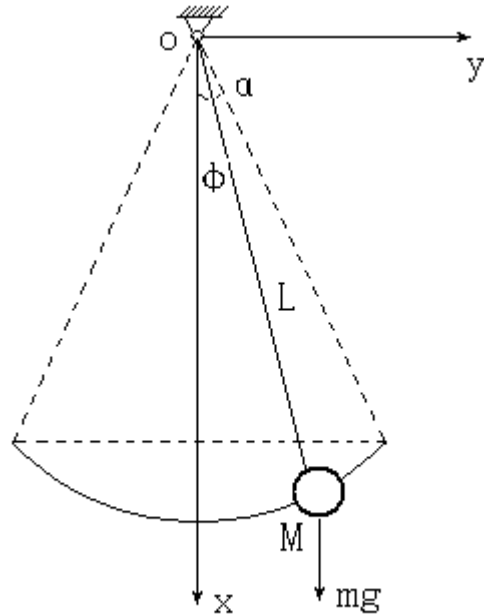


图 1 单摆力学模型

2、复摆的摆动

将一刚体悬挂在水平轴 OZ 上，如图 2 所示。 OZ 轴称为悬挂轴， O 点为悬点。据理论力学，复摆绕定轴转动的微分方程为，

$$J_z \frac{d^2\phi}{dt^2} = -mg \sin \phi \quad (6)$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{mga}{J_z} \phi = 0 \quad (7)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_z}{mga}} \quad (8)$$

$$J_z = \frac{mga}{4\pi^2} T^2 = \frac{mga}{4\pi^2 f^2} \quad (9)$$

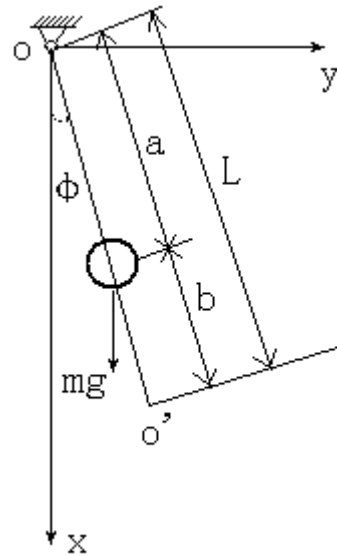


图 2 复摆力学模型

根据转动惯量的定义

$$J_z = \sum m_i r_i^2 \quad (10)$$

其中， r_i 为质量 m_i 的质点至Z轴的距离。

工程上在计算物体的转动惯量时，常应用下面的公式

$$J_z = m \rho_z^2 \quad (11)$$

$$\rho_z = \sqrt{\frac{J_z}{m}} \quad (12)$$

$$L = \frac{\rho_z^2}{a} = \frac{J_z}{mga} \quad (13)$$

注意回转半径不是物体某一部分的尺寸，它只是在计算物体的转动惯量时，假象地把物体的全部质量集中在离轴距离为回转半径的某一点上，这样计算物体对该轴的转动惯量时，就简化为计算这个质点对该轴的转动惯量。

$$m \rho_z^2 = \frac{mga}{4\pi^2 f^2} \quad (14)$$

$$\text{质心至悬挂点的距离 } a = \frac{4\pi^2 f^2}{g} \rho_z^2 \quad (15)$$

设复摆对于重心C且与OZ轴平行的回转半径为 ρ_c ，则由转动惯量的平行轴定理，得到复摆的简化长度L。

$$L = a + \frac{\rho_c^2}{a} \quad (16)$$

实验过程设计

本课题实验是在高耸塔桅结构模型上，如图 3 所示。不锈钢材料，锥形体，高 2750mm，底面外径 60mm，内径 58mm，壁厚 1mm。

设计各种不同形式的一个减振摆。首先用环境激励、力锤或用激振器激励，激励频率为结构模型的固有频率，使结构模型产生共振，塔身变形的摆动会很大，可用加速度计，测量振动加速度值。

- 1、设计一单摆减振装置（单摆、复摆），
- 2、将减振装置悬挂在塔顶上，观察塔顶变形情况，并采集加速度信号。
- 3、开启计算机，分析振动相应波形，并作频谱分析。



图 3 塔桅结构模型

教学案例

由环境激励得高耸塔桅结构的自振频率为 5.50Hz。试用摆振减振法设计一减振摆。用半径为 r ，质量为 m 的两个小球，悬挂点位于质心位置，其转动惯量 $J_z = m\rho_z^2$ ，回转半径

$$\rho_z = \sqrt{\frac{2}{5}}r, \text{ 根据复摆绕定轴转动的微分方程, 得到 } J_z = \frac{mga}{4\pi^2}T^2 = \frac{mga}{4\pi^2 f^2}。$$

$$m\rho_z^2 = \frac{mga}{4\pi^2 f^2}$$

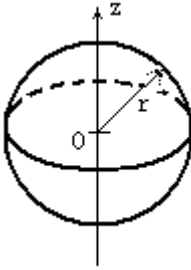
$$\text{得: } a = \frac{4\pi^2 f^2}{g} \rho_z^2 = 121.86\rho_z^2 = 48.74r^2$$

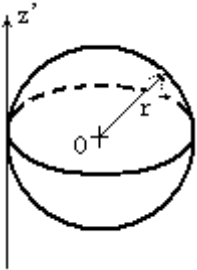
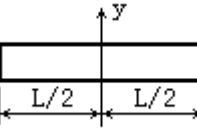
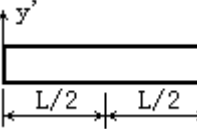
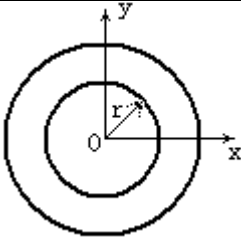
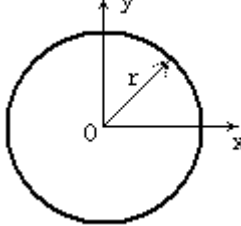
$$\text{单摆长 } L = \frac{J_z}{ma} = \frac{0.4mr^2}{48.7mr^2} = 8.2\text{mm}$$

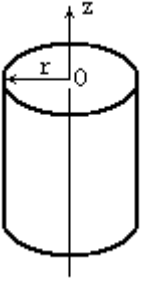
当悬挂点不在质心位置时，根据理论力学转动惯量平行轴定理，得出摆长

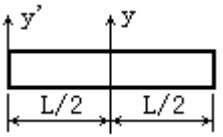
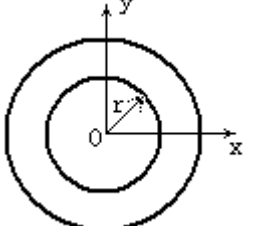
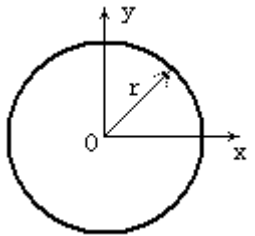
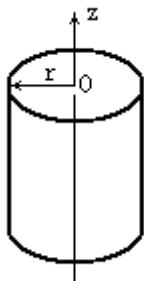
$$L = a + \frac{\rho_z^2}{a} = 48.74r^2 + \frac{(\sqrt{0.4}r)^2}{48.74r^2} = 48.74r^2 + 0.0082 \quad m$$

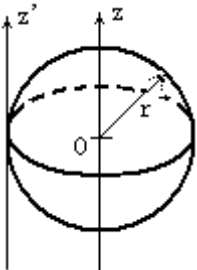
将悬挂物体的型式与尺寸列于下表中。悬挂物体可以是小球、小铁块，废弃的光盘，甚至是苹果、小饰品，组成各种型式的减振摆。图 4 为各种型式的减振摆。

物体形状	简图	计算公式	悬挂点与回转中心距离 a	摆长 L	备注
球		$L = \frac{J_z}{ma}$ $= \frac{0.4mr^2}{48.7mr^2}$ $= 8.2\text{mm}$		8.2mm	4 φ 15 4 φ 20 2 φ 30 2 φ 40

球		$L = a + \frac{\rho_z^2}{a}$ $= 48.74r^2 + 0.0082 \quad m$	2.7mm 4.9mm 11.0mm 19.5mm	11mm 13mm 19mm 28mm	4 ϕ 15 4 ϕ 20 2 ϕ 30 2 ϕ 40
细直杆		$\rho_y = \frac{L}{2\sqrt{3}} = 0.288L$ $a = \frac{4\pi^2 f^2}{g} \rho_z^2$		8.2mm	20 \times 20 \times 20 10 \times 10 \times 55
细直杆		$\rho_y = \frac{L}{2\sqrt{3}} = 0.288L$ $\rho_{y'} = \frac{L}{2\sqrt{3}} = 0.288L$ $a = \frac{4\pi^2 f^2}{g} \rho_z^2$ $L = a + \frac{\rho_c^2}{a}$	4mm 30.6mm	12mm 39mm	20 \times 20 \times 20 10 \times 10 \times 55
圆环		$\rho_x = \rho_y = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0.707r$ $\rho_o = r$	6.1mm	14mm	ϕ 20
圆板		$\rho_x = \rho_y = \frac{r}{2} = 0.5r$ $\rho_o = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0.707r$	6mm	15mm	ϕ 30

圆柱体		$\rho_z = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0.707r$	1.5mm	9.7mm	φ 15×15
-----	---	--	-------	-------	---------

物体形状	简图	转动惯量	回转半径
细直杆		$J_y = \frac{1}{12} mL^2$ $J_{y'} = \frac{1}{3} mL^2$	$\rho_y = \frac{L}{2\sqrt{3}} = 0.288L$ $\rho_{y'} = \frac{L}{\sqrt{3}} = 0.577L$
圆环		$J_x = J_y = \frac{1}{2} mr^2$ $J_o = mr^2$	$\rho_x = \rho_y = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0.707r$ $\rho_o = r$
圆板		$J_x = J_y = \frac{1}{4} mr^2$ $J_o = \frac{1}{2} mr^2$	$\rho_x = \rho_y = \frac{r}{2} = 0.5r$ $\rho_o = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0.707r$
圆柱体		$J_z = \frac{1}{2} mr^2$	$\rho_z = \frac{r}{\sqrt{2}} = 0.707r$

球		$J_z = \frac{2}{5}mr^2$ $J_{z'} = \frac{7}{5}mr^2 = 1.4mr^2$	$\rho_z = \sqrt{\frac{2}{5}} = 0.632r$ $\rho_{z'} = \sqrt{\frac{7}{5}}r = 1.183r$
---	---	--	---

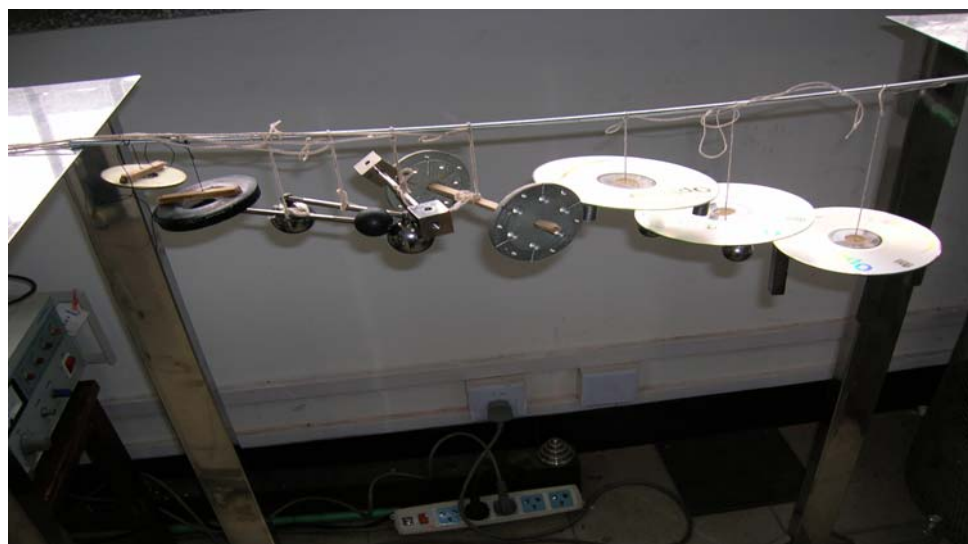


图 4 各种型式减振摆

三、教学过程（理论预备知识，预习，实验操作，各环节学时分配...）

运用理论力学单摆、复摆以及转动惯量知识点。针对高耸塔桅结构模型用环境激励、锤击激励或激振器激励等方法，测得结构模型的共振频率，将激振器激振频率调至结构模型的共振频率，激励结构模型。

根据计算的单摆、复摆以及转动惯量，设计不同型式的减振摆。悬挂在结构模型上，测试其在减振摆悬挂前后的振动加速度值，并比较之。

用最简单、最经济的方法设计减振摆，使结构的振动幅值减小，从而达到减振消灾的工程目的。

如图 5 所示。激振器以 5.50Hz 频率激励塔身，使结构模型产生共振，随后在塔顶悬挂一减振摆，



图 5 减振实验

四、教学手段（实验仪器、设备、耗材、多媒体设施、环境、...）

作为力学开放性实验项目之一高耸塔桅结构模型的静力动力测试及减振技术实验已向学生开放。学生可以通过网站点击预习及选课。

参见网站：<http://lx-lab.tongji.edu.cn>

实验设备

1. 高耸结构实验装置；
2. 函数信号发生器
3. AZ308 数据采集系统。
4. 激振器
5. 加速度传感器
6. 减振摆

五、实验报告规范（目的、内容、原理、仪器、步骤、注意事项、数据处理、结果分析、讨论、...）

将本实验目的、实验原理、实验内容、实验方法以及在实验过程中得的数据整理，并分析讨论，独立自行撰写实验报告。

六、评分标准（预习分、操作分、实验报告分、...）

测试数据应该真实，不得篡改实验数据、不得杜撰实验过程中发生的现象。

七、考核（考核方式）

独立或小组协作完成本实验，并认真撰写实验报告或研究型报告。